جامعة تكريت
كلية العلوم
قسم الفيزياء
المرحلة الرابعة

البلازما
ماكسويل بولتزمان

استاذ دكتورة عواطف صابر جاسم

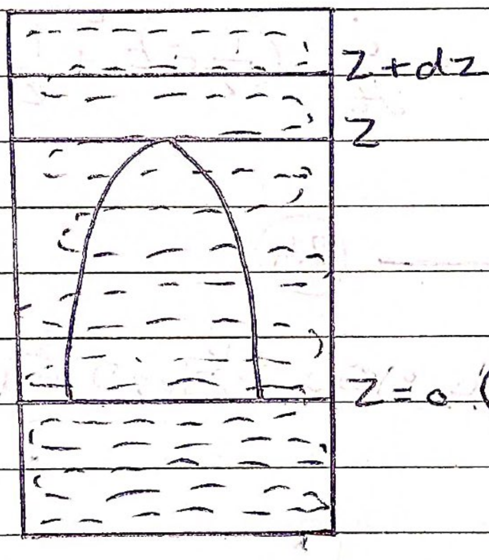
محاضرة (5)

م: توزيع السرعات في جزيئات الغاز

(: توزيع ماكسويل بولتزمان)

1- البلازما تتواجد في الحالة الغازية في اغلب الاحيان فلابد من معرفة توزيع سرعات الجسيمات المكونة للغاز بنوعيه (الحالة الاعتيادية) ← (الصلبة والسائلة والغازية و الحالة البلازما).

2- نفرض اناء اسطواني مفتوح من الاعلى مساحة قاعدته وحدة واحدة يحتوي على غاز كما في الشكل (5-1)
حيث ان محور z هو المحور الشاقولي للاسطوانة



$(z=0 , z+dz , z)$

3- وزن الغاز الموجود داخل شريحة معينة في الاسطوانة (: التي سمكها dz محصورة بين الارتفاعين هما: $z+dz , z$) هو $w=mg$ بشكل عام

وان الوزن حسب الظاهرة الفيزيائية الموجودة $= nmg\,dz$

4- ان الغاز بوجوده في الاسطوانة سيؤدي الى ظهور فرق في الضغط المقاس عند الارتفاعات $(z, z+dz)$ ويكون مساوياً ومكافئاً لوزن الغاز الموجود داخل الشريحة المعطاة باعتبارات عدد الجسيمات لكل وحدة حجوم هو (n) و كتلة كل جسيم هي (m)

$$-dp = nmg\,dz \quad \text{——} \quad (2)$$

5- بمعنى ان النظام الموجود يحتوي على غاز فإننا نستطيع عليه القانون العام للغازات وذلك لمكافئته بمعادلة (2)

$$p = nkT \quad \text{——} \quad (3)$$

بقسمة المعادلتين نحصل على:

$$\frac{dp}{p} = \frac{-nmg\,dz}{nkT} = \frac{mg\,dz}{kT} \quad \text{——} \quad (4)$$

حيث ان: k: ثابت بولتزمان
K: درجة الحرارة
dz: سمك الشريحة

6- بإجراء التكامل للمعادلة نحصل على عدد الجسيمات لكل وحدة حجوم وتكون مساوية الى حاصل الضرب (ثابت التكامل مع العامل الاسي لمعاملات معادلة (4) وهي تكتب كالتالي:
(بشرط بقاء درجة الحرارة ثابتة)

$$n = \text{Constant}\; e^{\frac{-mg}{kT}z} \quad \text{——} \quad (5)$$

7- وبإجراء التفاضل نستطيع الحصول على عدد الجسيمات الموجودة داخل الشريحة فتصبح معادلة (5) بالصيغة التالية:

$$dn = -\text{Constant}\; e^{\frac{-mg}{kT}z}\, dz \quad \text{——} \quad (6)$$

* التفاضل عكس التكامل في المعادلة السابقة .

8- ان عدد الجسيمات التي تنطلق من نقطة $Z=0$ في كل ثانية وبوجود المحور الشاقولي (Z) فإن توزيع السرعات للجسيمات ستكون في حالة هذا المحور محصورين (V_z , V_z+dV_z) فنحصل على عدد الجسيمات في كل ثانية حسب المعادلة التالية :

$$dv = V_z\, n(V_z)\, dV_z = \text{Constant} \cdot e^{-\frac{mg}{kT} z}\, dz$$

$$mgz = \frac{1}{2} m v_z^2$$

$$mg\, dz = m v_z\, dv_z$$

$$n(V_z)\, dv_z = \text{Constant}\ e^{-\frac{mV_z^2}{2kT}}\, dV_z \quad (7)$$

9- وبنفس الطريقة نجد السرع في الاتجاهات (X , Y) وكذلك نحصل من هذه الخطوة على عدد الجسيمات في كل وحدة حجم للمركبات الثلاث :

$$n(V_x)\, dV_x = \text{Constant} \cdot e^{-\frac{mV_z^2}{2kT}}\, dV_x$$

$$n(V_y)\, dV_y = \text{Constant}\ e^{-\frac{mV_y^2}{2kT}}\, dV_y$$

$$\text{Constant}\ e^{-\frac{mV_x^2}{2kT}} \cdot e^{-\frac{mV_y^2}{2kT}} \cdot e^{-\frac{mV_z^2}{2kT}}\, dV_x\, dV_y\, dV_z \quad (8)$$

10 - نُكافئ عنصر السرعة بعنصر الحجم لهذه الاسطوانة وسيكون عنصر الحجم المكافئ للسرعة من معادلة ⑧ المعادلة الاخيرة هي : $dv_x\, dv_y\, dv_z$:

مهمة ←

$$dv_x\, dv_y\, dv_z = 4\pi V^2\, dV \quad \text{— ⑨}$$

في هذه الحالة سنحصل على عدد الجسيمات في كل وحدة حجوم على جميع مركبات السرعات المحصورة بين $(0, \infty)$ (فراغ V, X)

(جزيئات الغاز) (عبارة عن العدد الكلي للجسيمات في كل وحدة حجوم ممثلاً بتوزيع ماكسويل للسرعات) .

$$n(V)\, dV = \text{Constant} \times 4\pi V^2 e^{\frac{-mV^2}{2KT}}\, dV$$

$$\int_0^\infty n(V)\, dV = n$$

$$n(V) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} (m/2kT)^{3/2}\, e^{\frac{-mV^2}{2KT}}\, V^2\, dV \quad \text{— ☆}$$

⑮

* حيث ان معادلة ☆ اعلاه هي التعبير الرياضي لمعادلة ماكسويل - بولتزمان ، مع تعبير كل رمز .

س / مهم جداً جداً

- ما المعنى الفيزيائي لمعادلة توزيع ماكسويل - بولتزمان ؟

ج /

① ان توزيع ماكسويل بولتزمان يكون صحيحاً في حالة (٥) الغازات ، ② يمكن تطبيقه على اي نظام يحتوي على عدد كبير جداً من الجسيمات المتشابهة والتي ليس لها برم (spin) .

② لا ينطبق هذا التوزيع على الجسيمات التي ليس لها برم (Spin) بالالكترونات) مثلاً والتي لها برم يساوي $\frac{1}{2}$

③ ينطبق على الالكترونات قانون احصائي آخر يسمى قانون فيرمي ديراك .

④ الجسيمات التي لها برم (Spin) يساوي واحد ينطبق عليها قانون ثالث بوز - آينشتاين .

⑤ ان القانونين يقتربان من قانون توزيع ماكسويل عندما تكون (الكثافة او درجة الحرارة عاليتان كما هو في حالة البلازما وذلك فإنه يستخدم في حل مسائل فيزياء البلازما توزيع ماكسويل - بولتزمان).